



“CHAMPAGNAT APRENDE EN CASA”

DOCENTE	JONATAN A. RIVERA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	jorivera@fmsnor.org	GRADO	NOVENO (9°)

DBA	DBA 5. Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.		
LOGRO	Propone y soluciona situaciones problemas en contextos reales acerca del teorema de Thales y Pitágoras, y recolecta datos de varias fuentes, organizando y dando inferencias respecto de su análisis estadístico.		
COMPETENCIA	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).		
OBJETIVO	Solucionar situaciones problemas en contexto real, haciendo uso de los teoremas de Thales de Mileto y Pitágoras.		
CONCEPTO	RELACIÓN	EJE	CIUDADANO AMBIENTAL ACTIVO
TEMA	TEMA 2: Teorema de Thales y Pitágoras	FECHA DE PUBLICACION	07 de mayo de 2020
TIEMPO DE TRABAJO	8 horas (divididas en 2 sesiones de 4 horas a la semana)	FECHA DE ENTREGA	TALLER 2: 15/mayo/2020 TALLER 3: 22/mayo/2020

VALOR DE LA SEMANA

No perdáis vuestro tiempo ni en llorar el pasado ni en llorar el porvenir. Vivid vuestras horas, vuestros minutos. Las alegrías son como flores que la lluvia mancha y el viento deshoja. **Edmond Goucourt**

La alegría es la piedra filosofal que todo lo convierte en oro. **Benjamin Franklin**

GUIA DE ESTUDIO “TEOREMA DE THALES Y PITÁGORAS”

GEOMETRÍA AL AIRE LIBRE

El idioma de la naturaleza es matemático, la letra de esta lengua, son los círculos, triángulos y otras figuras geométricas.
Galileo.

Medición de la altura mediante la longitud de la sombra.

Todavía recuerdo cuando miré atentamente por vez primera a un canoso guardabosque, el que estando junto a un gran pino, midió su altura con un instrumento de bolsillo. Cuando apuntó con una tablilla cuadrada a la copa del árbol, yo esperaba que el viejo subiera con una cadena para medirlo; en lugar de ello, volvió a meter en el bolsillo el instrumento y dijo que había efectuado la medida. En ese momento yo pensaba que el viejo aún no había comenzado su trabajo...

En aquel tiempo yo era muy joven y me parecía milagrosa esa forma de medir la altura del árbol sin cortarlo ni subirse a él. Solo más tarde, cuando tuve las primeras nociones de geometría, comprendí que tan fácil resulta hacer ese tipo de milagros.

Existen diversas formas de realizar dichas mediciones con ayuda sencillos instrumentos, sin mecanismos especiales.

Una de ellas es un método tan fácil como antiguo. Sin duda con este método el sabio griego Thales, quien vivió seis siglos antes de Cristo, midió la altura de una pirámide en Egipto. Aprovechó la sombra suya. Los sacerdotes y el faraón, se reunieron al pie de la pirámide, mirando con asombro al extranjero, quien dedujo por la sombra la altura de la gran construcción. Thales, dice la leyenda, eligió un día en el que la longitud de su sombra era igual a su altura, en el mismo momento, la altura de la pirámide tenía que ser igual a la longitud de su sombra. Es el único caso en el que se emplea la sombra de una persona para efectuar la medición...

Fragmento tomado del libro: Geometría Recreativa de Yakov Perelman

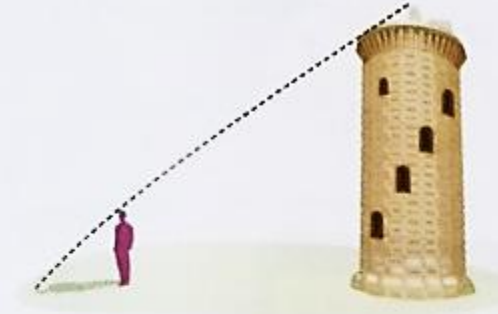
Traducido del ruso al español por Natalia Abramenko 2003

TEOREMA DE THALES

“CHAMPAGNAT APRENDE EN CASA”

DOCENTE	JONATAN A. RIVERA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	jorivera@fmsnor.org	GRADO	NOVENO (9°)

Este teorema es muy útil para encontrar distancias y alturas. Thales de Mileto, descubrió que se podía medir la altura de un árbol o una construcción muy alta, sin el uso de instrumentos tecnológicos, su teorema fue determinado con el uso de las sombras que proyectaban los objetos y personas.



Observa cómo se mide la altura del edificio.

Se hace coincidir la sombra del edificio con la sombra de una persona y si se conoce la altura de la persona y su sombra, se determina con razones y proporciones la altura del edificio.

Conceptualiza

Teorema: si varias paralelas determinan segmentos congruentes sobre una transversal, también determinan segmentos congruentes sobre cualquier otra transversal que las corte.

Hipótesis: $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH}$, $\overline{AC} \cong \overline{CE} \cong \overline{EG}$

Tesis: $\overline{BD} \cong \overline{DF} \cong \overline{FH}$

Teorema de Thales: si varias paralelas son cortadas por dos secantes, entonces los segmentos determinados sobre las secantes son proporcionales.



Hipótesis: $\vec{t}$ y $\vec{s}$ son rectas secantes $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$.

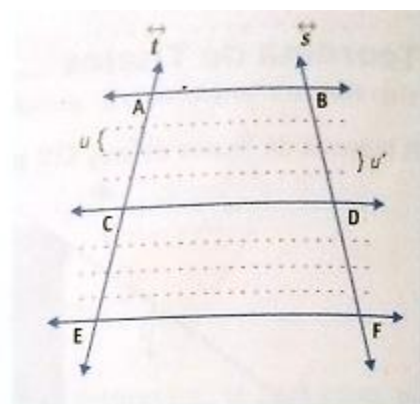
Tesis: $\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}}$

Demostración: toma como unidad de medida u y observa que esta unidad está contenida cuatro veces en $\overline{AC}$ y tres veces en $\overline{CE}$.

“CHAMPAGNAT APRENDE EN CASA”

DOCENTE	JONATAN A. RIVERA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	jorivera@fmsnor.org	GRADO	NOVENO (9°)

Traza puntos por donde la unidad de medida pasa, traza paralelas a $\overline{AB}$ por estos puntos, los segmentos $\overline{BD}$ y $\overline{DF}$ quedan divididos con la unidad de medida u' .



Afirmación	Razón
$\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{4u}{3u} = \frac{4}{3}$	Unidades tomadas sobre la recta t .
$\frac{\overline{BD}}{\overline{DF}} = \frac{4u'}{3u'} = \frac{4}{3}$	Unidades tomadas sobre las rectas.
$\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}}$	Transitividad.

Del teorema de Tales se obtienen aplicaciones importantes:

- Si una recta es paralela a uno de los lados de un triángulo y corta a los otros dos lados, entonces divide a estos dos lados en segmentos proporcionales.
- Si una recta divide dos lados de un triángulo en segmentos proporcionales, entonces esa recta es paralela al tercer lado.
- La bisectriz de un ángulo interno de un triángulo divide el lado sobre el que se traza en segmentos proporcionales a los otros dos lados.

Lo anterior permite generalizar el teorema de Tales.

Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtienen dos triángulos semejantes. Dicho de otra manera, si dos rectas secantes son cortadas por tres o más rectas paralelas, entonces los segmentos determinados sobre las rectas secantes son proporcionales.

En la Figura 4.104 se observan dos rectas secantes (r y s) cortadas por varias rectas paralelas (a , b y c).

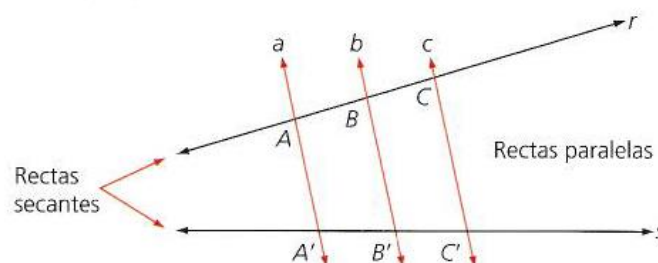


Figura 4.104

Según el teorema de Tales, los segmentos determinados sobre la recta r son proporcionales a los segmentos determinados sobre la recta s . Es decir:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

“CHAMPAGNAT APRENDE EN CASA”

DOCENTE	JONATAN A. RIVERA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	jorivera@fmsnor.org	GRADO	NOVENO (9°)

EJEMPLO DE APLICACIÓN 1

Ejemplo 1

Observa cómo se halla la longitud del segmento $A'B'$ de la Figura 4.105, sabiendo que $\vec{AA'} \parallel \vec{BB'} \parallel \vec{CC'}$.

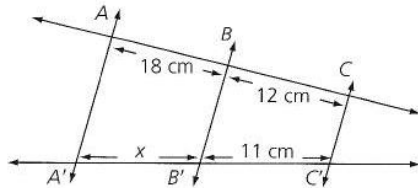


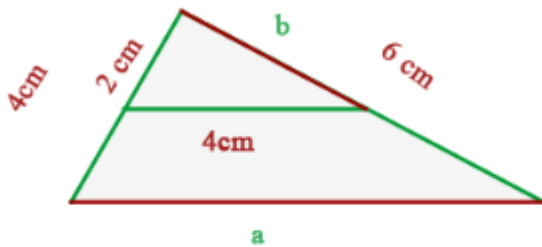
Figura 4.105

Según el teorema de Tales:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \frac{18}{x} = \frac{12}{11} \Rightarrow 12 \cdot x = 18 \cdot 11 \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 11}{12} = 16,5.$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN 2

Hallar las medidas de los segmentos a y b .

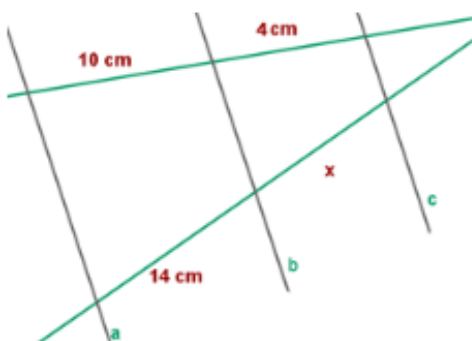


$$\frac{4}{2} = \frac{a}{4} \quad a = 8cm$$

$$\frac{4}{2} = \frac{6}{b} \quad b = 3cm$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN 3

Las rectas a , b y c son paralelas. Halla la longitud de x .



Solución:

Aplicando el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{14}{10} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = \frac{14 \cdot 4}{10} = 5.6cm$$

DOCENTE	JONATAN A. RIVERA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	jorivera@fmsnor.org	GRADO	NOVENO (9°)

TEOREMA DE PITÁGORAS

Uno de los teoremas más conocidos y usados es el de Pitágoras.

Si se tiene un televisor cuya pantalla mide 16 pulgadas x 12 pulgadas y el vendedor dice que es un televisor de 20 pulgadas, ¿por qué afirma eso?

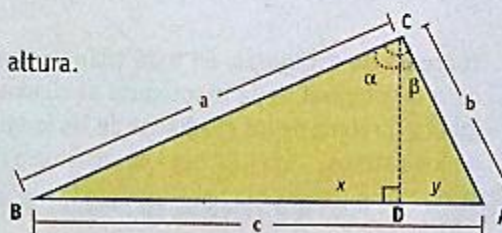
Para demostrar el teorema de Pitágoras se deben tener en cuenta algunas propiedades de los triángulos rectángulos.

En todo triángulo rectángulo, la altura trazada sobre la hipotenusa forma dos triángulos que son semejantes entre sí y semejantes al triángulo dado.

Hipótesis: $\triangle ACB$ es rectángulo en C , $\overline{CD}$ altura.

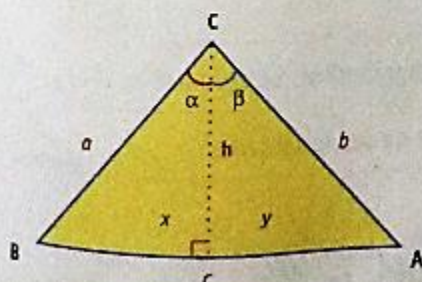
Tesis: $\triangle ACB \sim \triangle CDA \sim \triangle BDC$

Demostración:



Afirmación	Razón
$m(\angle B) + m(\angle A) = 90$	Complementarios.
$m(\angle B) + m(\angle \alpha) = 90$	Complementarios.
$\angle A \cong \angle \alpha$	Tienen el mismo ángulo complementario.
$\triangle BCD \sim \triangle CDA$	Triángulos rectángulos con un ángulo agudo congruente semejanza (A – A – A).
$\triangle BDC \sim \triangle ACB$	Triángulos rectángulos con el $\angle B$ congruente.
$\triangle BDC \sim \triangle CDA \sim \triangle ACB$	Transitividad.

En todo triángulo rectángulo cada cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.



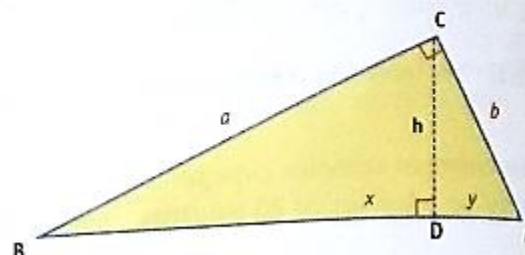
Hipótesis: $\triangle ACB$, rectángulo en C , AD altura sobre la hipotenusa.

$$\text{Tesis: } \frac{c}{a} = \frac{a}{x}, \frac{c}{b} = \frac{b}{y}$$

En todo triángulo rectángulo la altura trazada sobre la hipotenusa es media proporcional entre los segmentos de esa altura determinada sobre la hipotenusa.

Hipótesis: $\triangle ACB$ rectángulo en C ,
 $\overline{CD}$ altura sobre la hipotenusa.

$$\text{Tesis: } \frac{x}{h} = \frac{h}{y}$$

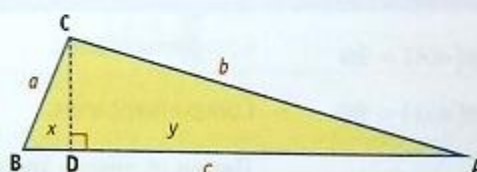


“CHAMPAGNAT APRENDE EN CASA”

DOCENTE	JONATAN A. RIVERA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	jorivera@fmsnor.org	GRADO	NOVENO (9°)

Conceptualiza

Teorema de Pitágoras. En todo triángulo rectángulo la longitud de la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.



Hipótesis: $\triangle ACB$ rectángulo en C , $\overline{CD}$ altura sobre la hipotenusa.

Tesis: $c^2 = a^2 + b^2$

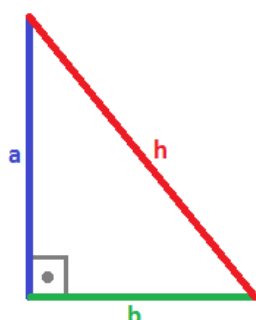
Demostración:

Afirmación	Razón
$\frac{c}{a} = \frac{a}{x}; \frac{c}{b} = \frac{b}{y}$	Segunda propiedad.
$a^2 = c \times x; b^2 = c \times y$	Producto de extremos y medios.
$a^2 + b^2 = c \times x + c \times y$	Adición de miembros de las igualdades.
$a^2 + b^2 = c(x + y)$	Factor común.
$a^2 + b^2 = c(c)$	$x + y = c$ Construcción.
$a^2 + b^2 = c^2$	Producto.

En conclusión, teorema de Pitágoras

Teorema: dado un triángulo rectángulo de catetos a y b e hipotenusa h (el lado opuesto al ángulo recto). Entonces,

1 $h^2 = a^2 + b^2$



Despejando,

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{h^2 - b^2} \quad 2$$

$$b = \sqrt{h^2 - a^2} \quad 3$$

Utiliza 2 y 3 para calcular la medida de los catetos



“CHAMPAGNAT APRENDE EN CASA”

DOCENTE	JONATAN A. RIVERA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	jorivera@fmsnor.org	GRADO	NOVENO (9°)

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4

Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados 3cm y 4cm.

Los lados son

$$a = 3cm, b = 4cm$$

Aplicando el teorema de Pitágoras,

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{a^2 + b^2} = \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = \\ &= \sqrt{9 + 16} = \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

Por tanto, la hipotenusa mide 5cm.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 5

Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 2cm y uno de sus lados mide 1cm, ¿cuánto mide el otro lado?

Llamamos a los lados a y b y a la hipotenusa h . Sabemos que

$$h = 2, a = 1$$

Por Pitágoras, sabemos que

$$h^2 = a^2 + b^2$$

Sustituyendo los valores conocidos tenemos que

$$\begin{aligned} 2^2 &= 1^2 + b^2 \rightarrow \\ 4 &= 1 + b^2 \rightarrow \end{aligned}$$

Ahora despejamos b en la ecuación

$$\begin{aligned} 4 - 1 &= b^2 \rightarrow \\ 3 &= b^2 \rightarrow \\ b &= \pm\sqrt{3} \end{aligned}$$

Hemos escrito los signos positivo y negativo porque es lo que, en teoría, debemos hacer. Pero como b representa la longitud de un cateto, no puede ser un número negativo.

Por tanto, el cateto mide

$$b = +\sqrt{3} \text{ cm} \approx 1.73 \text{ cm}$$

Podemos dejar la raíz cuadrada o aproximarla.

RECUERDA SI TIENES ACCESO A INTERNET EN ESTOS SITIOS PUEDES COMPLEMENTAR TU CONOCIMIENTO:

- <https://www.lifeder.com/teorema-ales-mileto/>
- <https://www.matesfacil.com/pitagoras/problemas-resueltos-pitagoras.html>

DOCENTE	JONATAN A. RIVERA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	jorivera@fmsnor.org	GRADO	NOVENO (9°)


EDUCACIÓN DIGITAL
VEO / PIENSO / ME PREGUNTO

Alumno_		Asignatura_	
Colegio_		Curso_	Grupo_

Veo_

Pienso_

Me pregunto_

Esta rutina sirve para:

- Detección de ideas previas
- Análisis de textos/imágenes/vídeos
- Análisis de problemas lógico-matemáticos resueltos por otras personas
- Reflexión sobre conflictos
- Tutoría
- Repaso de contenidos curriculares de forma cooperativa

Mostrar una serie de imágenes sobre cualquier contenido curricular, una obra de arte, final de un tema o un suceso en el aula (como un conflicto entre compañeros) y reflexionar sobre ello siempre iniciando sus frases por "veo...", "pienso...", "me pregunto...".

Se entrega a los alumnos el organizador gráfico y si se desea se muestra el modelo que guíe sus pasos mientras ellos la realizan.

El diagrama muestra un flujo de tres etapas de la metodología de indagación científica, representadas por tarjetas con iconos circulares en la parte superior:

- Veo** (icono de ojo): Observa, describe y detalla todo lo que veas.
- Pienso...** (icono de burbujas de pensamiento): Analiza, relaciona y haz hipótesis de todo lo que has visto.
- Me pregunto...** (icono de signo de interrogación): Cuestiona, pregunta e investiga todas tus dudas.