

# I.E. CHAMPAGNAT PINARES DE ORIENTE

## GUIA DE ESTUDIO – CHAMPAGNAT APRENDE EN CASA

<b>DOCENTE</b>	HARRY MESA MORA	<b>ÁREA</b>	MATEMÁTICAS
<b>E-MAIL</b>	hmesam@fmsnor.org	<b>GRADO</b>	ONCE



### GUIA DE ESTUDIO (05)

<b>DBA</b>	Expresa cualitativamente las relaciones entre las variables, para lo cual utiliza su conocimiento de los modelos de regresión lineal		
<b>LOGRO</b>	Elaborar gráficos de dispersión empleando las relaciones con la regresión lineal que se visibilizan en el gráfico entre los procesos de innovación bajo los principios de la lógica que brindan beneficios para la comunidad y su transformación		
<b>COMPETENCIA</b>	Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas con la regresión lineal		
<b>OBJETIVO</b>	Comprender las relaciones estadísticas con la regresión lineal simple y múltiple que se visualizan entre los procesos de innovación bajo los principios de la lógica que brindan beneficios para la comunidad y su transformación		
<b>CONCEPTO</b>	Lógica – innovación - comunidad	<b>EJE</b>	Eje ciudadano ambiental y activo
<b>TEMA</b>	Regresión Lineal	<b>FECHA DE PUBLICACIÓN.</b>	Haga clic aquí o pulse para escribir una fecha.
<b>TIEMPO DE TRABAJO</b>	2 Semanas	<b>FECHA DE ENTREGA</b>	Haga clic aquí o pulse para escribir una fecha.

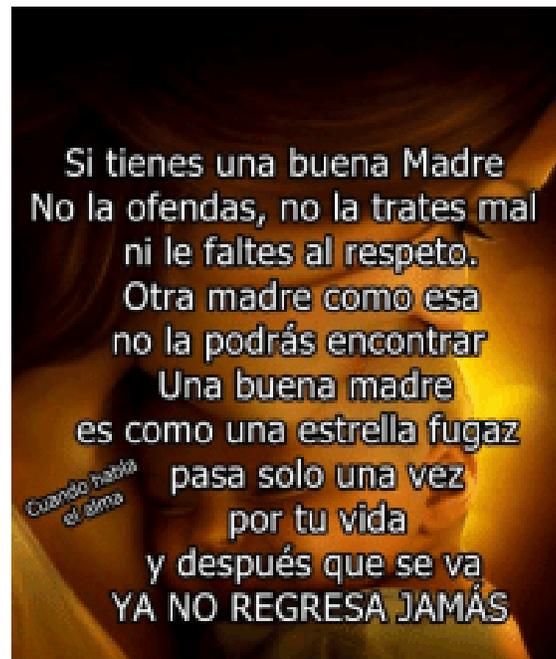
### VALOR DE LA SEMANA:

### RESPETO

El **respeto**, María mostró respeto a Dios Padre durante toda su vida incluso antes de recibir la noticia de llevar a Jesús en su vientre, siempre respetó a Dios, pero no por miedo sino por fe. Un respeto que demostraba cumpliendo sin dudar todo lo que estaba preparado para Ella. María fue también siempre respetuosa con su hijo, Jesús, y con todo lo que hacía durante su vida pública. Seguro que al principio no debía ser fácil para una madre de la época ver como su hijo abandonaba su vida normal acorde a lo que hacían los hijos de la época y dejaba su trabajo de carpintero para hacer cosas diferentes a las de los demás y decir cosas diferentes que a muchos les sonaban extrañas y al principio no comprendían bien. Una madre normal se hubiera opuesto y hubiera intentado convencer a su hijo para que volviera a tener una vida como la de los demás, pero María confió en Jesús, respetó su decisión y le apoyó siempre.

Por eso María nosotros hoy queremos ser personas respetuosas que amen y acepten a todos con sus defectos y sus virtudes, aceptando que todos somos diferentes y esa es la riqueza que nos hace especiales y únicos. Por eso Madre hoy queremos ser **RESPETUOSOS** como Tú

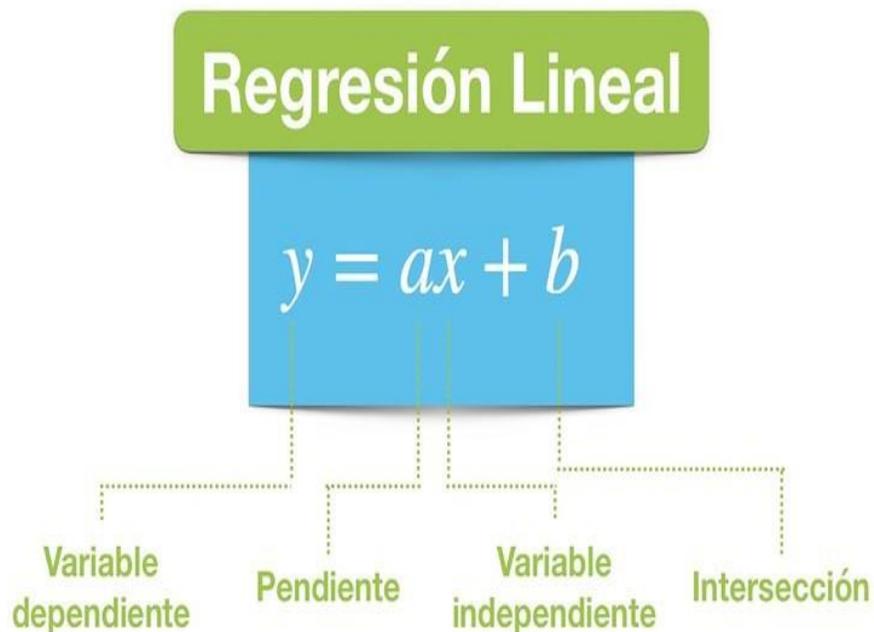
DOCENTE	HARRY MESA MORA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	hmesam@fmsnor.org	GRADO	ONCE



<b>DOCENTE</b>	HARRY MESA MORA	<b>ÁREA</b>	MATEMÁTICAS
<b>E-MAIL</b>	hmesam@fmsnor.org	<b>GRADO</b>	ONCE

**GUIA DE ESTUDIO (05)****TEMA****REGRESIÓN LINEAL****INTRODUCCIÓN**

Para nuestro aprendizaje de grado once en ésta semana de trabajo académico podemos introducir que La regresión lineal permite determinar el grado de dependencia de las series de valores X e Y, prediciendo el valor y estimado que se obtendría para un valor x que no esté en la distribución. Es un campo de estudio que enfatiza que el modelo de Regresión Lineal es tan simple que muchos argumentan que no es digno de ser clasificado como Machine Learning. Este algoritmo es un método estadístico que nos permite resumir y estudiar las relaciones entre dos variables continuas cuantitativas. La Regresión Lineal es una técnica paramétrica utilizada para predecir variables continuas, dependientes, dado un conjunto de variables independientes. Es de naturaleza paramétrica porque hace ciertas suposiciones basadas en el conjunto de datos. Si el conjunto de datos sigue esas suposiciones, la regresión arroja resultados increíbles, de lo contrario, tiene dificultades para proporcionar una precisión convincente.<sup>1</sup>



<sup>1</sup> <https://ligdigonzalez.com/algoritmo-regresion-lineal-simple-machine-learning/>



DOCENTE	HARRY MESA MORA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	hmesam@fmsnor.org	GRADO	ONCE

**REGRESIÓN LINEAL SIMPLE**

La regresión lineal simple examina la relación lineal entre dos variables continuas: una respuesta (Y) y un predictor (X). Cuando las dos variables están relacionadas, es posible predecir un valor de respuesta a partir de un valor predictor con una exactitud mayor que la asociada únicamente a las probabilidades. La regresión proporciona la línea que "mejor" se ajusta a los datos. Esta línea se puede utilizar después para:

**REGRESION LINEAL SIMPLE**

1. **Regresión.-** Técnica estadística que sirven para cuantificar alguna relación funcional entre 2 o mas variables, donde una variable depende de la otra. Se puede decir que "Y" depende de "X", en donde "Y" y "X" son 2 variables cualquiera en un modelo de regresión simple.

$$Y = f(x)$$

*X = Es la variable independiente*

*Y = Es la variable dependiente*

- Examinar cómo cambia la variable de respuesta a medida que cambia la variable predictora.
- Predecir el valor de una variable de respuesta (Y) para cualquier variable predictora (X).
  - El modelo de regresión lineal simple se representa así:  $y = (\beta_0 + \beta_1 x + E$
  - Por convención matemática, los dos factores que están involucrados en un análisis de regresión lineal simple se designan **x** e **y**. la ecuación que describe la forma **y** se relaciona con **x** se conoce como el **modelo de regresión**. El modelo de regresión lineal también contiene un término de error representado por **E**, o la letra griega épsilon. El término de error se usa para explicar la variabilidad en **y** que no puede explicarse por la relación lineal entre **x** e **y**. También hay parámetros que representan la población estudiada. Estos parámetros del modelo están representados por  $(\beta_0 + \beta_1 x)$ .
  - El objetivo con Regresión Lineal Simple es minimizar la distancia vertical entre todos los datos y nuestra línea, por lo tanto, para determinar la mejor línea, debemos minimizar la distancia entre todos los puntos y la distancia de nuestra línea. Existen muchos métodos para cumplir con este objetivo, pero todos estos métodos tienen un solo objetivo que es el de minimizar la distancia.
  - Una forma en que el modelo de regresión encuentre la mejor línea de ajustes es utilizando el criterio de mínimos cuadrados para reducir el error.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> <https://ligdigonzalez.com/algorithmo-regresion-lineal-simple-machine-learning/>



<b>DOCENTE</b>	HARRY MESA MORA	<b>ÁREA</b>	MATEMÁTICAS
<b>E-MAIL</b>	hmesam@fmsnor.org	<b>GRADO</b>	ONCE

**REGRESIÓN LINEAL MULTIPLE**

La regresión lineal múltiple permite generar un modelo lineal en el que el valor de la variable dependiente o respuesta ( $Y$ ) se determina a partir de un conjunto de variables independientes llamadas predictores. Es una extensión de la regresión lineal simple, por lo que es fundamental comprender esta última. Los modelos de regresión múltiple pueden emplearse para predecir el valor de la variable dependiente o para evaluar la influencia que tienen los predictores sobre ella (esto último se debe que analizar con cautela para no malinterpretar causa-efecto).

Es importante tener en cuenta que la magnitud de cada coeficiente parcial de regresión

depende de las unidades en las que se mida la variable predictora a la que corresponde, por lo que su magnitud no está asociada con la importancia de cada predictor. Para poder determinar qué impacto tienen en el modelo cada una de las variables, se emplean los *coeficientes parciales estandarizados*, que se obtienen al estandarizar (sustraer la media y dividir entre la desviación estándar) las variables predictoras previo ajuste del modelo. La regresión lineal es una técnica estadística destinada a analizar por qué pasan las cosas o cuáles son las principales explicaciones de algún fenómeno. A partir de los análisis de regresión lineal múltiple podemos:

- identificar que variables independientes (causas) explican una variable dependiente (resultado)
- comparar y comprobar modelos explicativos
- predecir valores de una variable, es decir, a partir de unas características predecir de forma aproximada un comportamiento o estado

La regresión lineal múltiple es la gran técnica estadística para comprobar hipótesis y relaciones explicativas. Ante de empezar, una serie de condiciones que se deben cumplir para poder aplicar la regresión lineal múltiple:

- La variable dependiente (resultado) debe ser escalar (numérica) o bien ordinal de más de 5 categorías, es decir, las categorías de la variable dependiente deben tener un orden interno o jerarquía, p.ej. nivel de ingresos, peso, número de hijos, justificación del aborto en una escala de 1-nunca a 10-siempre.
- Las variables independientes (explicaciones) deben ser escalares (numérica), ordinales (también se recomienda con más de 5 categorías, p.ej. nivel de ingresos) o dummy (variables de dos categorías donde una indica existencia o otra no-existencia, p.ej. 1-ser soltero, 0-no ser soltero).
- Hay otras condiciones como: las variables independientes no puede estar altamente correlacionadas entre sí, las relaciones entre la variable independiente y la variable dependiente deben ser lineales, todas variables (o mejor dicho sus residuales) deben seguir la distribución normal y deben tener varianzas iguales. Estas condiciones son importantes pero hay maneras de tratar los datos si se incumple alguna de ellas. Sobre ello volveremos en futuras entradas<sup>3</sup>

**El modelo de regresión múltiple**

- $n$  observaciones de la forma  $(x_{i1}, \dots, x_{ik}, y_i)$
- Objetivo: aproximar  $y$  a partir de  $x_1, \dots, x_k$
- $x_1, \dots, x_k$  : variables independientes o explicativas
- $y$ : variable dependiente o respuesta (a explicar)

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + u_i$$

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$  coeficientes de regresión

<sup>3</sup> <http://networkianos.com/regresion-lineal-multiple/>

<b>DOCENTE</b>	HARRY MESA MORA	<b>ÁREA</b>	MATEMÁTICAS
<b>E-MAIL</b>	hmesam@fmsnor.org	<b>GRADO</b>	ONCE



### PROFUNDIZACIÓN DE LOS CONTENIDOS.

#### APLICACIÓN DE LA REGRESIÓN LINEAL

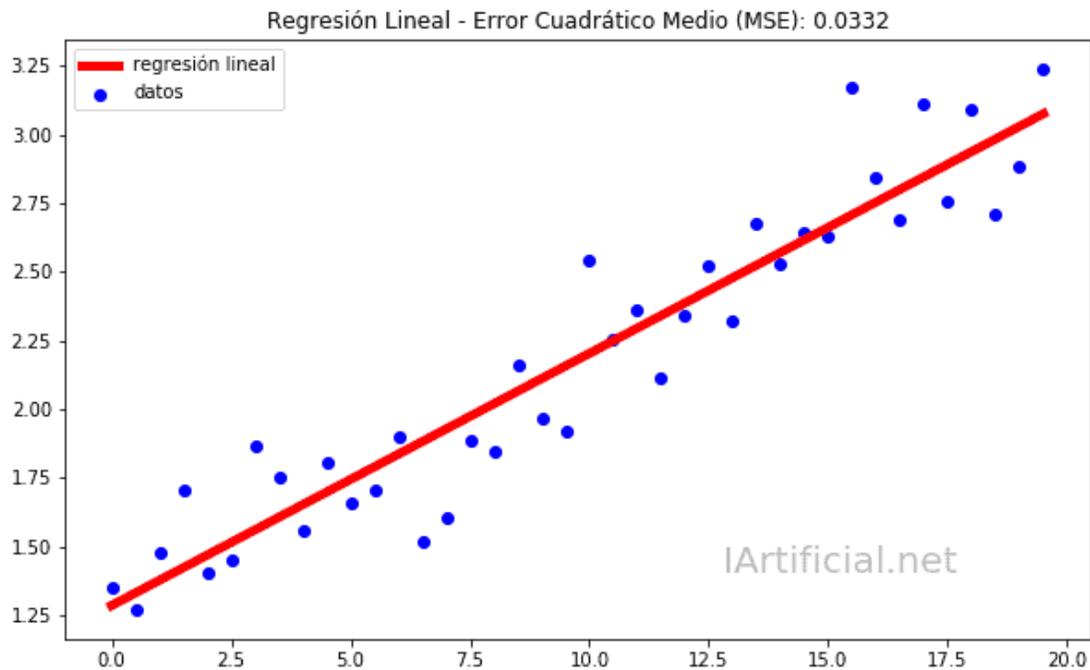
La regresión lineal es una técnica paramétrica de machine learning. Con «paramétrica» queremos decir que incluso antes de mirar a los datos, ya sabemos cuántos parámetros (o coeficientes) vamos a necesitar.

En el caso que estemos usando una sola variable,  $x$ , sabemos que una línea necesita 2 parámetros. La fórmula para la regresión lineal con una sola variable  $x$  es:

$$y=wx+b$$

El aprendizaje consiste en encontrar cuáles son los mejores parámetros (coeficientes) para los datos que tengamos. Los mejores coeficientes serán los que minimicen alguna medida de error. Para la regresión lineal usaremos el error cuadrático medio.

#### **Ejemplo de Regresión Lineal**





<b>DOCENTE</b>	HARRY MESA MORA	<b>ÁREA</b>	MATEMÁTICAS
<b>E-MAIL</b>	hmesam@fmsnor.org	<b>GRADO</b>	ONCE

Hemos usado una regresión lineal para encontrar los parámetros de la línea que minimiza el error de los datos que tenemos. El proceso de aprendizaje consiste en estimar los parámetros  $w$  y  $b$ . Así nos queda que para estos datos, los mejores valores son:

$$w=0.0918$$

$$b=1.2859$$

así que nos queda:

$$y=0.0918x+1.2859$$

Podemos usar este modelo de regresión lineal para estimar cuáles serán los resultados para otros valores de  $x$ . Por ejemplo, si queremos saber el resultado para  $x = 5$ , usaremos el modelo anterior y veremos que el resultado es 1.7449:

$$y=0.0918 \cdot 5 + 1.2859 = 1.7449$$

Este es un ejemplo muy simple. En realidad, los problemas de machine learning tienen muchas más variables. Sin embargo, he escogido este ejemplo porque es muy fácil de visualizar, explicar y entender. Espero que la intuición de este ejemplo sirva para entender lo que está pasando cuando haya más variables.

En la práctica hay librerías numéricas que calculan automáticamente la mejor estimación de  $W$  por nosotros. Ya veremos algún ejemplo práctico del cálculo de regresión lineal.

De momento, sólo quería indicar que dependiendo de la cantidad de datos y atributos, puede ser una operación costosa computacionalmente hablando. Fíjate que hay que transponer matrices, multiplicar matrices e invertir matrices. Todo ello muy costoso computacionalmente para grandes cantidades de datos.<sup>4</sup>

Cinco jóvenes de 16, 18, 19, 21 y 23 años de edad pesan, respectivamente 45, 48, 59, 61 y 67 kilos.

Hallar:

1. La ecuación de la recta de regresión de la edad sobre el peso.
2. ¿Cuánto sería el peso aproximado de un joven de 22 años?

Solución:

$x_i$	$y_i$	$x_i \cdot y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	
16	45	720	256	2025	$X = 1121 / 5; X = 224.20$
18	48	864	324	2304	$Y = 280 / 5; Y = 56$
19	59	1121	361	3481	$\delta_{xy} = 5527 / 5 - 224.20 \cdot 56; \delta_{xy} = -11449.8$
21	61	1281	441	3721	$\delta_x^2 = 1911 / 5 - 224.20; \delta_x^2 = -49883.44$
23	67	1541	529	4489	$\delta_y^2 = 16020 / 5 - 56; \delta_y^2 = 68$
<b>97</b>	<b>280</b>	<b>5527</b>	<b>1911</b>	<b>16020</b>	$X - 224.20 = -168.38 \cdot (Y - 56);$ $X = -168.38Y + 9653.48$

$Y - 56 = -0.23 \cdot (X - 5); Y = -0.23X + 57.15$   
 $Y = -0.23(6) + 57.15; Y = 55.77 \text{ Kg.}$

<sup>4</sup> <https://iartificial.net/regresion-lineal-con-ejemplos-en-python/>

<b>DOCENTE</b>	HARRY MESA MORA	<b>ÁREA</b>	MATEMÁTICAS
<b>E-MAIL</b>	hmesam@fmsnor.org	<b>GRADO</b>	ONCE



**RECUERDA SI TIENES ACCESO A INTERNET EN ESTOS SITIOS PUEDES COMPLEMENTAR TU CONOCIMIENTO:**

**Ayuda tecnológica número uno “Regresión Lineal”**



**Ayuda tecnológica número dos “Regresión Lineal Simple”**



**Ayuda tecnológica número tres “Regresión Lineal Múltiple”**



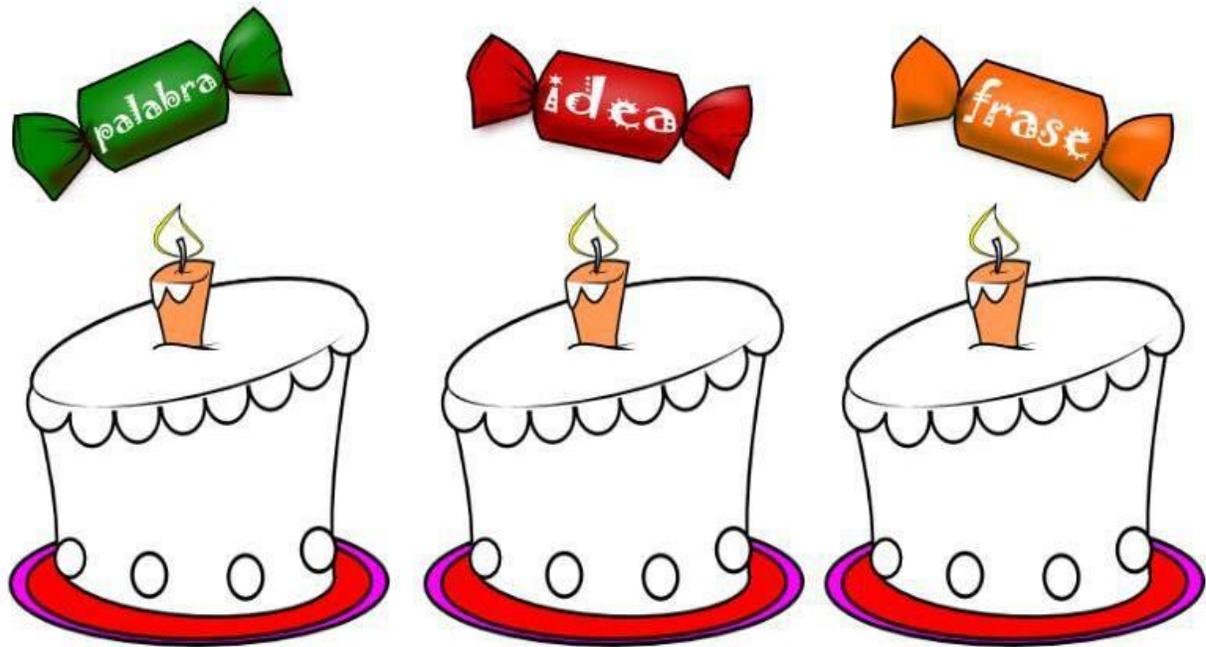
DOCENTE	HARRY MESA MORA	ÁREA	MATEMÁTICAS
E-MAIL	hmesam@fmsnor.org	GRADO	ONCE



Te invitamos a que realices el siguiente organizador gráfico o rutina de pensamiento, teniendo en cuenta la información dada anteriormente. (No es necesario imprimir esta imagen, se puede realizar el diagrama en una hoja y resolver, para anexar en el taller que enviara a su profesor)  
**COMO PRIMER PUNTO DEL TALLER DE TRABAJO**

(Hacer el esquema de la rutina de pensamiento en hoja de folder) Mediante el siguiente organizador grafico el estudiante después de leer cuidadosamente la introducción y la primera parte de la guía de estudio 05 atará de forma analítica lo que ve, lo que piensa y se pregunta de lo leído anteriormente.

### “RUTINA DE PENSAMIENTO PALABRA-IDEA-FRASE”



Foca clipart conjunto de imagenes by Vladimir ZÁrrega is licensed under a [Creative Commons Attribution 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/).

**¡¡TODOS JUNTOS COMO SERES PENSANTES LOGRAREMOS  
LOS OBJETIVOS DE LA VIDA CON LA GUIA DEL  
TODOPODEROSO!!**